＜基礎学習動画＞　数列(1)　セクション1

□　**等差数列**　…隣どおしの項の差が一定の数列（同じ数を足していく）

$$\{a_n\}:\ \begin{array}{ccccccccc} a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & & a_5 & & a_6 & \cdots & \\ 2 & \xrightarrow{+3} & 5 & \xrightarrow{+3} & 8 & \xrightarrow{+3} & 11 & \xrightarrow{+3} & 14 & \xrightarrow{+3} & 17 & \cdots & a_n \end{array}$$

初項

公差

$+\boxed{5}\times 3$

間隔の数

$+\boxed{(n-1)}\times 3$

初項2，公差3の等差数列の第6項は，$a_6 = \underbrace{2 + 5 \times 3}_{(初項)+(間隔の数)\times(公差)}\quad (=17)$．

初項a，公差dの等差数列の第n項は，$a_n = a + (n-1)\times d$．

□　**等差数列の和の求め方**

初項2，公差3の等差数列$\{a_n\}$の初項から第6項までの和S_6を考える．

S_6を正順，逆順に並べたもの上下に並べて書くと次のようになる．

$$\begin{array}{l} \quad\ \ \ +3\qquad +3\qquad +3\qquad +3\qquad +3 \\ S_6 = 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 \\ S_6 = 17 + 14 + 11 + 8 + 5 + 2 \\ \quad\ \ \ -3\qquad -3\qquad -3\qquad -3\qquad -3 \end{array}$$

上下の項の和はすべて19になる

上と下の式の和を考えると，$2S_6 = 6\times \underbrace{19 = 6\times(\underline{2+17})}$．

2で割って，$S_6 = \dfrac{1}{2}\times 6\times(\ 2+17)\quad (=57)$．

(等差数列の和)$=\dfrac{1}{2}\times$(項数)$\times${(初項)+(末項)}　が成立する．

初項a，公差dの等差数列$\{a_n\}$の初項から第n項までの和S_nは，

$$S_n = \frac{1}{2}\,n\,(a_1 + \underset{\uparrow}{a_n}) = \frac{1}{2}n\{\,2a_1 + (n-1)\,d\,\}.$$

$a_1 + (n-1)d$ を代入する

$\boxed{基礎確認1}$　＜［$\boxed{例}$］を参考にして，下の$\boxed{問}$を解け．＞

(1)　次の等差数列$\{a_n\}$の一般項a_nを求めよ．

$\boxed{例}$　等差数列$\{a_n\}$：3, 7, 11, 15, 19, ⋯

初項は3，公差は$7-3=4$だから，

一般項は$a_n = 3+(n-1)\cdot 4 = 4n-1$．

$\boxed{問}$　等差数列$\{a_n\}$：5, 7, 9, 11, 13, ⋯

(2)　次の等差数列$\{a_n\}$の一般項a_nを求めよ．

$\boxed{例}$　等差数列$\{a_n\}$について，$a_3 = 5,\ a_7 = 13$．

初項a，公差dとすると，$a_n = a + (n-1)d$．

条件より，$a_3 = a + 2d = 5$，$a_7 = a + 6d = 13$．

これらを解いて，$a = 1,\ d = 2$．

一般項は$a_n = 1 + (n-1)\cdot 2 = 2n-1$．

$\boxed{問}$　等差数列$\{a_n\}$について，$a_2 = 21,\ a_5 = 6$．

(3)　次の等差数列$\{a_n\}$の初項から第n項までの和S_nを求めよ．

$\boxed{例}$　等差数列$\{a_n\}$の一般項が$a_n = 4n-1$のとき．

$a_n = 4n-1$より，$a_1 = 4\cdot 1 - 1 = 3$だから，

$$S_n = \frac{1}{2}n(a_1 + a_n) = \frac{1}{2}n\{3 + (4n-1)\} = \frac{1}{2}n(4n+2) = n(2n+1).$$

①　等差数列$\{a_n\}$の一般項が$a_n = 6n-4$のとき．

$\boxed{例}$　等差数列$\{a_n\}$の初項が3，公差が4のとき．

$$S_n = \frac{1}{2}n\{2a_1 + (n-1)d\} = \frac{1}{2}n\{2\cdot 3 + (n-1)\cdot 4\} = n(2n+1).$$

②　等差数列$\{a_n\}$の初項が-2，公差が6のとき．